

1.  $x^2 - 7x + 1 = \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2 + 1 = \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{45}{4}$ .

2.  $|x - 6| > 9 \Leftrightarrow x < -3$  eller  $x > 15$ .

3. Linjens ekvation blir:  $y - 1 = \frac{3 - 1}{-2 - (-3)} \cdot (x - (-3)) \Leftrightarrow y = 2x + 7$ .

4.  $\frac{3^{2x}}{3^3} = 81 \Leftrightarrow 3^{2x} = 3^4 \Leftrightarrow 3^{2x} = 3^7 \Leftrightarrow 2x = 7 \Leftrightarrow x = \frac{7}{2}$ .

5.  $\sqrt{20} - \sqrt{5} + \sqrt{2} + \sqrt{8} - \sqrt{18} = 2\sqrt{5} - \sqrt{5} + \sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = \sqrt{5}$ .

6. Vi löser ut  $b$  ur ekvationen  $a \cdot (b - f) - f \cdot b = 0 \Leftrightarrow ab - af - fb = 0 \Leftrightarrow ab - fb = af$

$$b(a - f) = af \Leftrightarrow b = \frac{af}{a - f}$$

Vi sätter in  $a = 18$  och  $f = 6$  och får  $b = \frac{18 \cdot 6}{18 - 6} = \frac{18 \cdot 6}{12} = \frac{18}{2} = 9$

7. Kvoten är  $x^2 + 4x + 2$  och resten är  $-2x + 3$ .

8.  $\sin 2x + 2 \cos x = 0 \Leftrightarrow 2 \cos x \sin x + 2 \cos x = 0 \Leftrightarrow 2 \cos x (\sin x + 1) = 0$ .

Vi får två ekvationer:

1)  $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}$ .

2)  $1 + \sin x = 0 \Leftrightarrow \sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + n2\pi, n \in \mathbb{Z}$ .

Den lösningen finns redan i  $x = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}$  (överlappning)

Svar:  $x = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}$

9. Enligt trigonometriska ettan har vi  $\cos^2 v = 1 - \sin^2 v = 1 - \left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)^2 = \frac{5}{6} \Leftrightarrow \cos v = \pm \sqrt{\frac{5}{6}}$ .

$$\Leftrightarrow \cos v = \pm \sqrt{\frac{5}{6}} \quad \text{och} \quad \cos 2v = \cos^2 v - \sin^2 v = \left(\sqrt{\frac{5}{6}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)^2 = \frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

10.  $\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+3} = x$ . Kvadreringen ger  $(x-1)(x+3) = x^2 \Leftrightarrow$

$$x^2 + 2x - 3 = x^2 \Leftrightarrow 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}. \text{ En kontroll ger att bara } x = \frac{3}{2} \text{ är en lösning.}$$

$$\text{Svar: } x = \frac{3}{2}.$$

$$\begin{aligned} 11. e^{\ln 2} + \ln 32 - \ln 4 + \ln 8 - 4 \ln 2 - \lg 100 &= 2 + \ln 2^5 - \ln 2^2 + \ln 2^3 - 4 \ln 2 - 2 = \\ &= 5 \ln 2 - 2 \ln 2 + 3 \ln 2 - 4 \ln 2 = 2 \ln 2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 12. \frac{\left(\frac{x-y^2}{x}\right)^2}{(y+x)^2} \cdot \frac{x}{x-y} &= \frac{(x^2-y^2)^2}{x^2} \cdot \frac{1}{(y+x)^2} \cdot \frac{x}{x-y} = \frac{(x^2-y^2)^2}{x^2} \cdot \frac{1}{(y+x)^2} \cdot \frac{x}{x-y} = \\ &= \frac{(y+x)^2(x-y)^2}{x^2} \cdot \frac{1}{(y+x)^2} \cdot \frac{x}{x-y} = \frac{x-y}{x}. \end{aligned}$$

$$13. 2 \sin x = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + n2\pi \text{ eller } x = \pi - \frac{\pi}{4} + n2\pi = \frac{3\pi}{4} + n2\pi, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Svar: } x = \frac{\pi}{4} + n2\pi \text{ eller } x = \frac{3\pi}{4} + n2\pi, n \in \mathbb{Z}$$

$$14. \frac{5-2i}{(1-i)^2} = \frac{5-2i}{1-2i+i^2} = \frac{5-2i}{-2i} = \frac{(5-2i) \cdot i}{-2i \cdot i} = \frac{2+5i}{2} = 1 + \frac{5}{2}i.$$

$$15. |z-i| \leq 2 \text{ är en cirkelskiva med MP: } (0,1) \text{ och radien } \sqrt{2}.$$

$$16. 2 \lg(x-4) = \lg x + \lg 2 \Rightarrow \lg(x-4)^2 = \lg 2x$$

$$\text{Vi får } (x-4)^2 = 2x \Leftrightarrow x^2 - 8x + 16 = 2x \Leftrightarrow x^2 - 10x + 16 = 0 \Leftrightarrow$$

$$x = 2, 8. \text{ En kontroll ger att } x = 2 \text{ är en falsk rot.}$$

$$\text{Svar: } x = 8.$$

$$17. \frac{5}{x+1} - \frac{3x-12}{x^2-1} = 1, \quad x \neq \pm 1. \quad \text{Gör liknämning}$$

$$\frac{5(x-1) - (3x-12)}{x^2-1} = 1 \Leftrightarrow \frac{2x+7}{x^2-1} = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x+7 = x^2-1 \Leftrightarrow x^2-2x-8=0 \Leftrightarrow x=4, x=-2$$

$$\text{Svar: } x=4 \text{ eller } x=-2.$$

18.  $2x^2 - 4x + 3y^2 + 18y = -23 \Leftrightarrow 2(x^2 - 2x) + 3(y^2 + 6y) = -23$

Kvadratkomplettering ger

$$2((x-1)^2 - 1^2) + 3((y+3)^2 - 3^2) = -23 \Leftrightarrow 2(x-1)^2 - 2 + 3(y+3)^2 - 27 = -23 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{2(x-1)^2}{6} + \frac{3(y+3)^2}{6} = 1 \Leftrightarrow \frac{(x-1)^2}{3} + \frac{(y+3)^2}{2} = 1.$$

Svar: En ellips med medelpunkten  $(1, -3)$  och

halvaxlarna  $a = \sqrt{2}$  och  $b = \sqrt{3}$ .

19.  $3z - i\bar{z} = 7 - 5i$

Med  $z = x + iy$  och därmed  $\bar{z} = x - iy$  får vi

$$3(x + iy) - i(x - iy) = 7 - 5i \Leftrightarrow 3x + 3iy - ix + i^2y = 7 - 5i \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3x - y + i(-x + 3y) = 7 - 5i$$

Jämförelse av realdel och imaginärdel ger ekvationssystemet:

$$\begin{cases} 3x - y = 7 \\ -x + 3y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

Svar:  $z = x + iy = 2 - i$ .

20.  $\frac{2x^2 - 4}{x + 2} \geq x - 1 \Leftrightarrow \frac{2x^2 - 4}{x + 2} - (x - 1) \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - x - 2}{x + 2} \geq 0.$

Vi faktoreruppdelar täljaren:  $x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2, x = -1$ . Vi får  $\frac{(x-2) \cdot (x+1)}{x+2} \geq 0$

Sätt  $f(x) = \frac{(x-2) \cdot (x+1)}{x+2} \geq 0$

### Teckenschema

x		-2		-1		2	
$x-2$	-		-		-		+
$x+1$	-		-		+		+
$x+2$	-		+		+		+
$f(x)$	-	Odef.	+		-		+

Svar:  $-2 < x \leq -1$  eller  $x \geq 2$ .