

Hjälpmedel: formelblad

Lösningarna ska vara försedda med ordentliga motiveringar och svaren ska förenklas maximalt.

1. Beräkna

a)  $\int_0^5 x\sqrt{x} dx,$  (0.2)

b)  $\int_{-1}^4 \frac{3x - 8}{(x + 2)(x - 5)} dx,$  (0.4)

c)  $\int_0^\pi \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x} dx.$  (0.4)

2. Lös begynnelsevärdesproblemen

a)  $x^2y' + xy = 1, \quad x > 0, \quad y(1) = 1,$  (0.5)

b)  $yy' = x(1 + y^2), \quad y(0) = 1.$  (0.5)

3. a) Bestäm arean av det begränsade område i  $xy$ -planet som innesluts av kurvorna  $y = x^2 - 2$  och  $y = -x^2 - 2x + 2$ . Illustrera med en figur. (0.5)

b) Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 2x) + 2xe^x - \arctan(4x)}{x^3}. \quad (0.5)$$

4. Lös begynnelsevärdesproblemet

$$y'' - 2y' + 2y = 4x^2 + 2x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1. \quad (1.0)$$

5. Beräkna volymen av den kropp som genereras då området mellan  $x$ -axeln och kurvan

$$y = e^{-4x}, \quad 0 \leq x < \infty,$$

roterar kring

a)  $x$ -axeln, (0.4)

b)  $y$ -axeln. (0.6)

6. Är följande generaliserade integral konvergent? Beräkna i så fall dess värde.

$$\int_0^\infty \frac{\sin^2 x}{e^{2x}} dx. \quad (1.0)$$

**LYCKA TILL!**